

RECUPERACIÓN ÁLGEBRA

1.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3$ (2 puntos)

b) $\frac{13}{6} = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x}$ (2 puntos)

2.- Resuelve analítica y gráficamente la siguiente inecuación:

$-x^2 + x + 2 > 0$ (2,5 puntos)

3.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} - 1 \leq \frac{x-4}{3} \\ 2x+1 > 0 \end{array} \right\}$ (1,5 puntos)

b) $\left. \begin{array}{l} 2x - y + 2 < 0 \\ x + y + 1 > 0 \end{array} \right\}$ (2 puntos)

SOLUCIONES

1.- a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{x-2} \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (3 - \sqrt{x-2})^2$
 $x+1 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{x-2} + x-2 \Rightarrow x+1 = 9 - 6\sqrt{x-2} + x-2$
 $6\sqrt{x-2} = 9 + x - 2 - x - 1 \Rightarrow (6\sqrt{x-2})^2 = 6^2 \Rightarrow 36(x-2) = 36$
 $x-2 = 1 \Rightarrow x = 3$

Comprobación: $\sqrt{3+1} + \sqrt{3-2} = 3 \rightarrow \sqrt{4} + \sqrt{1} = 3 \rightarrow 2+1 = 3$ **Sol: x = 3**

b) $\frac{13}{6} = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x}$ m.c.m. = $6x(x+1)$
 $\frac{13x(x+1)}{6x(x+1)} = \frac{x \cdot 6x}{6x(x+1)} + \frac{6(x+1)(x+1)}{6x(x+1)} \Rightarrow 13x^2 + 13x = 6x^2 + 6(x^2 + 2x + 1)$
 $13x^2 + 13x = 6x^2 + 6x^2 + 12x + 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$ **Sol: x = 2 y x = -3**

2.- $-x^2 + x + 2 > 0$

Analíticamente: $-x^2 + x + 2 > 0 \rightarrow x^2 - x - 2 < 0; x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
$x - 2$	-	-	+
$x + 1$	-	+	+
$(x - 2)(x + 1)$	+	-	+

Solución: $(-1, 2)$

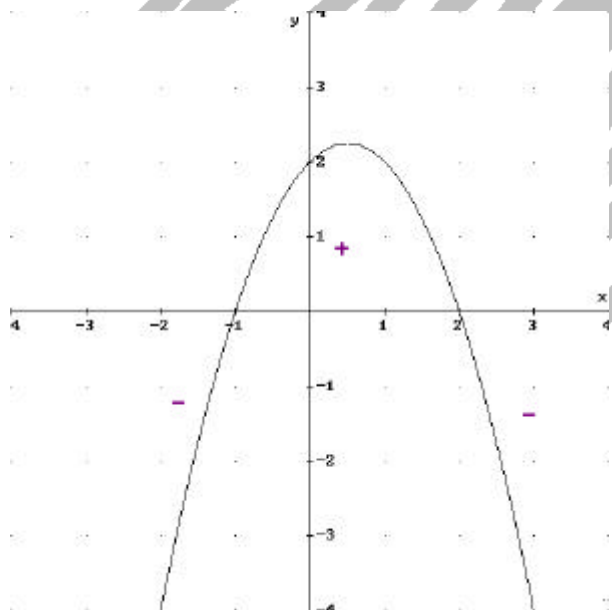
Gráficamente: $y = -x^2 + x + 2$ parábola, con vértice: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$

$V\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right);$

Cortes con los ejes: eje OY

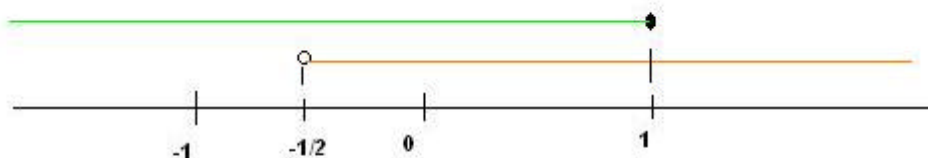
$\rightarrow y = 0 + 0 + 2 \rightarrow y = 2 \rightarrow (0, 2)$

Eje OX $\rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} -1 \\ 2 \end{cases}$



3.-

$$a) \left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} - 1 \leq \frac{x-4}{3} \\ 2x+1 > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{3(x-1)-6}{6} \leq \frac{2(x-4)}{6} \\ 2x > -1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x-9 \leq 2x-8 \\ x > -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \leq 1 \\ x > -\frac{1}{2} \end{array} \right\}$$



Solución :

$$\left(-\frac{1}{2}, 1 \right]$$

b) $\left. \begin{array}{l} 2x - y + 2 < 0 \\ x + y + 1 > 0 \end{array} \right\}$ representaremos las rectas asociadas, que son:

$$2x - y + 2 = 0 \rightarrow y = 2x + 2 \quad y \quad x + y + 1 = 0 \rightarrow y = -x - 1$$

$$y = 2x + 2$$

x	0	2
y	2	6

$$(0,0) \rightarrow 2 \cdot 0 - 0 + 2 < 0 \rightarrow (0,0) \notin \text{Sol}$$

$$y = -x - 1$$

x	0	2
y	-1	-3

$$(0,0) \rightarrow 0 + 0 + 1 > 0 \rightarrow (0,0) \in \text{Sol}$$

la solución será la parte rayada en verdad, sin incluir ninguna de las semirrectas, por supuesto.

Donde están las dos rayas a la vez.

